Переход к дереву операторов позволяет значительно упростить расчет частных производных для матрицы Якоби и дает возможность объединить многократно повторяющиеся фрагменты выражений для их расчета. Дерево операторов строится путем преобразования каждого оператора синтаксического дерева в уравнение вида:

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

Например, для уравнения с синтаксическим деревом



система уравнений дерева операторов будет иметь вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

Порядок уравнений в системе дерева операторов не важен, так как ее решение будет выполняться в составе общей системы уравнений расчетной модели.

Формирование символьных выражений для расчета частных производных выполняется с помощью шаблонных правил, определенных для каждого оператора. В качестве примера приведен шаблон дерева для формирования частной производной оператора возведения в степень:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Символьное выражение для расчета частной производной может быть получено путем замены узла исходного оператора в дереве операторов на узел шаблона частной производной.

Так как поддерево оператора имеет ограниченную длину максимального пути и не содержит поддеревьев других операторов, зависимость оператора от некоторой переменной легко выполнить путем просмотра в глубину. В случае, если в поддереве оператора отсутствует заданная переменная, то производная уравнения оператора по данной переменной равна нулю.

Количество уравнений в системе, соответствующей дереву операторов, может быть значительно уменьшено за счет того, что в канонической форме записи выражений операторы суммы и умножения являются -арными. Для этих операторов в систему будет входить по одному уравнению вне зависимости от количества операндов. Дополнительное сокращение количества уравнений может быть достигнуто за счет учета унарного минуса не виде отдельного уравнения , а напрямую – в остальных операторах. Например, уравнение в системе дерева операторов будет представлено в виде:

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

Переменная может быть введена в уравнение путем подстановки, а уравнение – исключено.

Отказ от учета унарного минуса в виде отдельного уравнения требует небольшого усложнения процедуры формирования частных производных, так как появляется функциональная зависимость между операндами операторов и переменными: . Данное обстоятельство легко учесть, если представить уравнения операторов в виде:

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

Частная производная будет иметь вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

который дополнительно можно упростить, учитывая вид и при условии, что является функцией от :

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

На первый взгляд может показаться, что унарный минус проще не рассматривать в качестве отдельного оператора при формировании дерева операторов. Но вариант с отдельным уравнением для унарного минуса позволяет учесть особенность системы, связанную с тем, что ряд функций являются внешними по отношению к ней и реализуются в расчетном блоке. Такие функции вводятся в систему в виде входных и выходных переменных, которые должны быть представлены в системе явно без преобразований. Например выражение

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

эквивалентное в данной системе передаточной функции апериодического звена

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

в виде системы уравнений дерева операторов может быть представлено как

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

Входной переменной функции является , а выходной – . Функция является внешней для системы и не представлена в ней в явном виде. Такие функции не имеют информации о необходимых преобразованиях входных и выходных переменных и требуют, чтобы эти преобразования выполнялись в основной системе, как, например, в уравнениях и . Частные производные и невязки уравнений для таких функций вычисляются также вне системы в расчетном блоке.

Тем не менее часть уравнений для унарных минусов могут быть исключены из системы без нарушения приведенных выше требований, вызванных использованием внешних функций. Например выражение

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

в виде системы уравнений дерева операторов примет вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

в котором исключение уравнений и не приведет к изменению знаков входной переменной и выходной функции :

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

Символьное дифференцирование и может быть выполнено по правилу (6).

Допустимая для внешних функций структура уравнений: . Если подстановка переменной из уравнения унарного минуса изменит при переменных или знак, то подстановка не должна выполняться.